ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА
Демонстрационный вариант теста ч.1

1. Даны подмножества вещественного линейного пространства $\mathbb{R}^2$:

$$
\begin{aligned}
&Q_1 = \{(x,y):\ x = y\}; && Q_6 = \{(x,y):\ x \ge 0\};\\
&Q_2 = \{(x,y):\ x + y = 1\}; && Q_7 = \{(x,y):\ xy \ge 0\};\\
&Q_3 = \{(x,y):\ x^2 + y^2 = 1\}; && Q_8 = \{(x,y):\ |x| = |y|\};\\
&Q_4 = \{(x,y):\ x^2 + y^2 \le 1\}; && Q_9 = \{(x,y):\ x^2 = y^2\};\\
&Q_5 = \{(x,y):\ x^2 + y^2 \ge 1\}; && Q_{10} = \{(x,y):\ x^2 + y^2 = 0\}.
\end{aligned}
$$

   Какие из них являются линейными подпространствами?

2. Даны два базиса вещественного линейного пространства многочленов порядка не выше третьего:

$$e_1 = 1 - x,\ e_2 = x - x^2,\ e_3 = x^2 - x^3,\ e_4 = x^3;$$
$$f_1 = 1,\ f_2 = 1 + x,\ f_3 = 1 + x^2,\ f_4 = 1 + x^3.$$

   Найдите матрицу перехода от базиса *e* к базису *f* и матрицу обратного перехода.

3. В вещественном линейном пространстве матриц размера 2×2 даны элементы:

$$x_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, x_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, x_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

   Найдите базис и размерность линейной оболочки $L(x_1, x_2, x_3, x_4)$. Принадлежит ли элемент y этой линейной оболочке?

4. Найдите фундаментальную совокупность решений однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$
\begin{cases}
4x_1 + 4x_3 + 8x_4 = 0,\\
2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0,\\
2x_1 + x_2 + x_4 + 10x_5 = 0,\\
3x_1 - 4x_2 + x_3 + 14x_4 = 0,\\
4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 10x_5 = 0.
\end{cases}
$$

5. Найдите общее решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений

$$
\begin{cases}
4x_1 + 4x_3 + 8x_4 = 0,\\
2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -7,\\
2x_1 + x_2 + x_4 + 10x_5 = 8,\\
3x_1 - 4x_2 + x_3 + 14x_4 = 14,\\
4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 10x_5 = 1.
\end{cases}
$$