Образец теста

1. В вещественном линейном пространстве R^4 заданы элементы:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, y_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, y_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, y_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Указать, какие из элементов y_1–y_4 принадлежат линейной оболочке $L(x_1, x_2)$.

2. Рассматривается линейное евклидово пространство, состоящее из квадратных матриц размера 2×2. Определить, какая из матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

может быть матрицей некоторого линейного самосопряжённого оператора в некотором (НЕ ортогональном) базисе.

3. Рассматривается вещественное линейное пространство L с базисом e_1, e_2, e_3. Заданы матрицы $[F_1]$, $[F_2]$, $[F_3]$ билинейных форм F_1, F_2, F_3 в базисе e. Указать, какие из этих форм можно рассматриваться как скалярное произведение, а какие нельзя рассматривать как скалярное произведение, но можно рассматривать как псевдоскалярное произведение.

$$[F_1] = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad [F_2] = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 6 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad [F_3] = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 6 & 12 & 7 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Рассматривается линейное евклидово пространство R^3(скалярное произведение вычисляется по правилу $(x, y) = x^1y^1 + x^2y^2 + x^3y^3$). Применить к элементам

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

процесс ортогонализации Грама–Шмидта.

5. Найти собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 7 \end{pmatrix},$$

соответствующий собственному значению $\lambda = 2$.