

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тест повышенной сложности к общему зачёту

Демо-версия

1. Исследуйте функцию на непрерывность по каждой из переменных и по совокупности переменных в точках $(0;0)$ и $(1;-1)$:

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x + y} & \text{при } x + y \neq 0, \\ 0 & \text{при } x + y = 0. \end{cases}$$

2. Дана функция $u(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$. Существуют ли её частные производные первого порядка в точке $(0;0)$? Является ли функция $u(x, y)$ дифференцируемой в точке $(0;0)$?

3. Разложите функцию $u(x, y) = x^y$ по формуле Тейлора с центром в точке $(e; e)$ до членов второго порядка включительно.

4. Преобразуйте дифференциальное уравнение $(4x^2 + 1)\frac{d^2 y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} + y = 0$, перейдя к новой независимой переменной t по формуле $2x = \operatorname{sh} 2t$.

5. Исследуйте на экстремум дифференцируемую функцию $z = f(x, y)$, заданную неявно уравнением $x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z = 2$. Укажите точки локального максимума и минимума, если они существуют.

6. Вычислите интеграл $\iiint_D z^2 dx dy dz$, где область D задана системой неравенств

$$\begin{cases} z \leq 4 - x^2 - y^2, \\ z \geq 1. \end{cases}$$

7. Вычислите интеграл $\oint_L \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2}$, где контур L представляет собой границу квадрата $|x| \leq 1, |y| \leq 1$, которая обходится в положительном направлении.

8. Вычислите площадь поверхности тела, ограниченного цилиндрическими поверхностями $x^2 + z^2 = 1, z^2 + y^2 = 1$.