

ПОВЫШАЮЩИЙ ТЕСТ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ, 3 СЕМЕСТР
демонстрационный вариант

1. Вычислите поверхностный интеграл II рода $\iint_S (y+z) dx dz + z^2 dx dy$, где S – часть внешней поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9, z \geq 0$, вырезаемая поверхностью цилиндра $x^2 + y^2 = 2$.

2. Используя оператор ∇ , преобразуйте $\text{grad} \left(r^5 (\vec{a}, \vec{r})^6 \right)$, если \vec{a} – постоянный вектор, $\vec{r} = \{x, y, z\}, r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

3. Найдите все значения параметра α , при которых ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^{\frac{1}{n^2}} \sin(\pi \sqrt[3]{n^3 + n^2})}{\ln^\alpha n}$

а) абсолютно сходится; б) условно сходится; в) расходится.

4. Найдите все значения параметра α , при которых функциональная последовательность

$f_n(x) = \frac{\sin x (\cos x)^n}{n^\alpha}, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ а) сходится, б) сходится равномерно, в) выполнено равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx.$$

5.1 Верно ли утверждение: интеграл $\int_1^{+\infty} x^\alpha e^{-x^\alpha} dx$ сходится равномерно на множестве

а) $\alpha \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$, б) $\alpha \in (0; 1)$, в) $\alpha \in (0; +\infty)$?

5.2 Верно ли утверждение: функция $F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\alpha \sin x}{x^\alpha + 1} dx$ непрерывна на множестве

а) $\alpha \in (-\infty; +\infty)$, б) $\alpha \in (-1; 1)$, в) $\alpha \in (0; +\infty)$?

6. Вычислите интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x \cos \alpha x}{x^2} dx$.

7. Вычислите интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \ln(\cos x) dx, n > -1$.

8. Пусть разложение в ряд Фурье функции $f(x)$ имеет вид

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin(2n+1)x, x \in (-\infty; +\infty), \text{ и } f(x) = \begin{cases} \frac{16}{\pi^2} x^3, & \text{если } x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \\ \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2, & \text{если } x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}.$$

Найдите значения: а) $f\left(\frac{69\pi}{8}\right)$, б) $f\left(\frac{89\pi}{8}\right)$.

ПОВЫШАЮЩИЙ ТЕСТ ПО ТФКП, 3 СЕМЕСТР
демонстрационный вариант

1. Определить, какой тип особенности будет иметь функция $f(z) = \frac{\text{Ln}(1+z^2)}{z^3-8}$ в точке $z_0 = -i$.
2. Записать разложение в ряд Лорана функции $f(z) = \text{tg}\left(\frac{z}{z+1}\right)$ в окрестности точки $z = -1$.
3. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n n}{(z+i+2)^n}$ при тех значениях z , для которых ряд сходится.
4. Вычислить интеграл $\int_{|z-i+1|=5} \frac{dz}{2\cos^2 z - 3\sin z}$
5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x dx}{x^3 - \pi^2 x}$
6. Вычислить несобственный интеграл: $\int_{1-i\infty}^{1+i\infty} \frac{e^{pt}(1+p-p^2)dp}{(p^2+1)(p-2)(p-3)}$, $t < 0$.
7. Вычислить интеграл: $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \ln x dx}{x^2 - x + 1}$.
8. Записать значение решения уравнения $y''+2y'+2y = t \cos 2t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.