ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
К ТЕСТУ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ II

1. Найдите общее решение данной системы ОЛДУ:
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + \sin t, \\ \dot{y} = 2x + y + e^{-t} + t. \end{cases}$$
2. Постройте функцию Грина данной краевой задачи:
$$4y'' - 4y' + y = x^2 e^{x/2}, \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) - y(1) = 0,$$
и с её помощью найдите решение.
3. Определите, как зависит тип точки покоя (0,0) линейной системы
$$\begin{cases} \dot{x} = p\,x + y, \\ \dot{y} = q\,x + p\,y, \end{cases}$$
и характер её устойчивости от параметров p и q. Изобразите фазовые траектории системы в каждом случае. Укажите на плоскости (p, q) множества параметров, отвечающие одному и тому же типу точки покоя системы.
4. Установите тип всех точек покоя уравнения $y'' + 2y^3 - 3y^2 + y = 0$, выписав в каждом случае соответствующую <u>систему первого приближения</u> (линеаризованную систему). Изобразите фазовый портрет данного уравнения на плоскости (y, y'). Используя фазовый портрет, выясните, существуют ли решения данного уравнения при следующих условиях:
   1) $y(0) = 1,\ y(+\infty) = 1/2;$
   2) $y(0) = -1,\ y(+\infty) = 1/2;$
   3) $y(0) = 1,\ y(+\infty) = 0;$
   4) $y'(0) = 1/2,\ y'(-\infty) = 0;$
   5) $y'(0) = 1,\ y'(-\infty) = 0;$
   6*) $y(0) = 0,\ y(1) = 1.$
5. Найдите решение задачи Коши для дифференциального уравнения в частных производных 1 порядка $y\,z_x + x\,z_y = x\,y\,z$ с условием $z = x^2 + y^2$ при $y = 2x$.