

Демонстрационный вариант теста по математическому анализу (1 семестр)

1. Подберите коэффициенты a и b так, чтобы функция $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \leq 3 \\ ax + b, & x > 3 \end{cases}$ была непрерывной и дифференцируемой в точке $x = 3$.
2. Выясните, в каких точках функция $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x^3}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ является разрывной, непрерывной или дифференцируемой. Определите тип точек разрыва.
3. Вычислите значение выражения $df(x)|_{x=x_0}$, $d^2 f(x)|_{x=x_0}$, $d^3 f(x)|_{x=x_0}$ для $\sin(x^2)$, если $x_0 = 1$, $dx = 2$.
4. Найдите $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = (3x^3 + 2x^2 + x + 1)\sin(2x + 3)$.
5. Найти все первообразные функции $f(x) = \frac{1}{1 + \sin x}$.
6. Найдите $\int_0^1 x^2 \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) dx$.
7. Найдите $\int_0^1 \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$.
8. Найдите $\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos^2 t \sqrt{\operatorname{tg}^2 t + \operatorname{tg} t + 2}}$.

**Демонстрационный вариант теста
по аналитической геометрии (1 семестр)**

1. Вычислите $\frac{(i+1)^3(2-i)}{(3+2i)(2i-1)}$.

2. Составьте уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку $A(1;1)$
а) параллельно вектору $\{2;3\}$; б) перпендикулярно вектору $\{2;3\}$.

3. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 5 \\ 1 & -6 & 1 \\ 2 & -20 & 8 \end{vmatrix}$.

4. Вычислите двойное векторное произведение $[[\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c}]$, где $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

5. Составьте каноническое уравнение прямой, являющейся пересечением плоскостей $x + y + 2z - 2 = 0$ и $4y - 2z + 1 = 0$.

6. Определите взаимное расположение двух прямых в пространстве (скрещиваются, пересекаются, параллельны или совпадают): $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$, $\frac{x-3}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$.