ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
К ТЕСТУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

1. Найдите координаты вектора нормали к поверхности и $u = x^3 + y^2$ в точке $M(1,2,5)$ и уравнение плоскости, перпендикулярной этому вектору и проходящей через данную точку M .
2. Исследуйте на условный экстремум методом Лагранжа функцию $u = xyz$ при условии связи $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.
3. Найти $\iint\limits_D xy^2 dxdy$, если D – область, ограниченная кривыми $y = x^2$ и $y = x + 2$.
4. Найти $\int\limits_C \sqrt{x^2 + y^2}\, dl$, если C – окружность $x^2 + y^2 = 2x$.
5. Пользуясь формулой Грина, найти $\oint\limits_C (x - y)dx + (x + y)dy$, если C – эллипс $x^2 + 4y^2 = 9$.

См. следующую страницу →

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ К ТЕСТУ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ

1. Определение линейного пространства и его подпространства, основные свойства.

   Какие из перечисленных ниже множеств являются подпространствами линейного пространства двумерных векторов (с точкой отсчета в начале координат)?

   а) Множество векторов с концами на прямой $y = x$.

   б) Множество векторов с концами на прямой $x + y = 1$.

   в) Множество векторов с концами на окружности: $x^2 + y^2 = 1$.

   г) Множество векторов с концами внутри круга: $x^2 + y^2 \le 1$.

   д) Множество векторов с концами вне круга: $x^2 + y^2 \ge 1$.

   е) Множество векторов с концами в правой полуплоскости: $x \ge 0$.

   ж) Множество векторов с концами в I или III квадрантах плоскости.

2. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Даны два базиса пространства многочленов порядка не выше 3-го:

$$e: \quad e_1 = 1 - x, \quad e_2 = x - x^2, \quad e_3 = x^2 - x^3, \quad e_4 = x^3;$$

$$e': \quad e_1' = 1, \quad e_2' = 1 + x, \quad e_3' = 1 + x^2, \quad e_4' = 1 + x^3.$$

   Найти матрицу перехода от базиса e к базису e' и координаты вектора e_4' в базисе e.

4. В вещественном линейном пространстве $\mathbb{R}^4$ заданы элементы:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad y_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad y_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad y_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   Указать, какие из элементов $y_1 - y_4$ принадлежат линейной оболочке $L(x_1, x_2)$.

5. Рассматривается линейное евклидово пространство $\mathbb{R}^3$ (скалярное произведение вычисляется по правилу: $(x, y) = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3$ при $x, y \in \mathbb{R}^3$). Применить к элементам

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   процесс ортогонализации Грама-Шмидта.