ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
К ТЕСТУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ II

1), 2) Найдите следующие определённые интегралы:

$$\int_1^2 (x-1)^2 (x-2)^7 \, dx, \quad \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+x+1} dx, \quad \int_0^{\pi} \sin^3 x \cos^2 x \, dx, \quad \int_1^2 (2-x)^3 \ln x \, dx, \quad \int_0^{\pi} x^2 \sin\frac{x}{2} dx.$$

3) Найти $\iint\limits_D xy^2 dxdy$, если D – область, ограниченная кривыми $y = x^2$ и $y = x + 2$.

4) Найти $\int\limits_C \sqrt{x^2 + y^2} dl$, если C – окружность $x^2 + y^2 = 2x$.

5) Пользуясь формулой Грина, найти $\oint\limits_C (\cos x - y^3) dx + (x^3 + \sin y) dy$, если C – эллипс $x^2 + 4y^2 = 9$.

6) Функция $y = f(x)$ в некоторой окрестности точки $M_0\left(1;\,1\right)$ задана уравнением $x^4 + x^2y^2 + xy^3 \ln(x) = 2x^3 y$. Найдите $f'(1)$ и $f''(1)$.

7) Исследуйте на условный экстремум методом Лагранжа функцию $u = xyz$ при условии связи $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Установите тип экстремумов путем анализа второго дифференциала функции Лагранжа.

См. следующую страницу →

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
К ТЕСТУ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ II

1) В вещественном линейном пространстве $\mathbb{R}^4$ заданы элементы:

$$x_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-2\end{pmatrix},\quad x_2=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\\-1\end{pmatrix},\quad y_1=\begin{pmatrix}2\\-1\\4\\-5\end{pmatrix},\quad y_2=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\-1\end{pmatrix},\quad y_3=\begin{pmatrix}0\\0\\2\\-2\end{pmatrix},\quad y_4=\begin{pmatrix}-2\\-5\\2\\-1\end{pmatrix}.$$

Указать, какие из элементов $y_1,...,y_4$ принадлежат линейной оболочке $L\left(x_1,x_2\right)$.

2) Найти <u>все</u> значения вещественного параметра p, при которых матрица

$$A=\begin{pmatrix}3&p&0\\0&2&1\\0&p&2\end{pmatrix}$$

может быть матрицей линейного самосопряжённого оператора в некотором (не обязательно ортогональном) базисе евклидова пространства. Подсказка: воспользоваться свойствами самосопряжённого оператора.

3) Рассматривается вещественное линейное пространство L с базисом e_1, e_2, e_3. Матрица билинейной формы $B(x,y)$ в базисе e имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1&p&q\\q&1&p\\p&q&1\end{pmatrix}.$$

Найти <u>все</u> значения вещественных параметров p и q, при которых данная билинейная форма задаёт скалярное или псевдоскалярное произведение в L.

4) Рассматривается линейное евклидово пространство $\mathbb{R}^3$ (скалярное произведение вычисляется по правилу: $(x,y)=x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3$ при $x,y\in\mathbb{R}^3$). Применить к элементам

$$x_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix},\quad x_2=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix},\quad x_3=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$$

процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

5) Рассматривается аффинное евклидово двумерное пространство E^2 с началом отсчёта O и ортонормированным базисом e_1, e_2. Кривая второго порядка задана уравнением

$$p\left(x^1\right)^2+2x^1x^2+p\left(x^2\right)^2+2x^2+p=0,$$

где x^1,x^2 - координаты точки кривой в базисе e. Определить тип кривой в зависимости от параметра p.