

## Задания для самостоятельной подготовки к тесту по квантовой теории

### 1. Теория измерений. Чистое состояние.

1.1. Какие значения  $a_i$  и с какими вероятностями  $p_i$  будут получены при измерении

наблюдаемой  $A = \begin{pmatrix} 13 & i \\ -i & 13 \end{pmatrix}$  в состоянии с волновой функцией  $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ ?

1.2. Чему будут равны среднее значение  $\langle A \rangle$  и дисперсия  $DA$  наблюдаемой  $A = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 0 \end{pmatrix}$  в

состоянии с волновой функцией  $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ?

### 2. Формулы для операторов.

2.1. Пусть  $x, p$  - операторы координаты и импульса,  $\mu$  - некоторое число. Чему равно выражение  $\exp(-\mu xp / (i\hbar)) x \exp(\mu xp / (i\hbar))$  ?

2.2. Пусть  $x, p$  - операторы координаты и импульса,  $\mu$  - некоторое число. Чему равен коммутатор  $[x, \exp(\mu p + 13)]$  ?

### 3. Одномерное движение

3.1. Как выглядит уравнение для четного уровня в двойной яме

$V(x) = -U_0\delta(x-a) - U_0\delta(x+a)$  ? (Обозначим  $E = -\frac{\hbar^2}{2m}k^2$ ).

3.2. Чему равняется коэффициент прохождения  $T$  для потенциала

$V(x < 0) = 0, V(x \geq 0) = U_0 + V_0\delta(x)$  ? (Обозначим  $E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2, E - U_0 = \frac{\hbar^2}{2m}q^2$ ).

### 4. Осциллятор. Матричные элементы.

4.1. Чему равняется матричный элемент  $\langle n = 5 | xp^2 | n = 2 \rangle$  между состояниями с определенной энергией одномерного гармонического осциллятора?

### 5. Динамика

5.1. В начальный момент времени волновая функция гармонического осциллятора равнялась

$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|n=7\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|n=13\rangle$ . Чему будет равняться волновая функция  $|\psi(t)\rangle$  в момент времени  $t$  ?

5.2. Рассмотрим одномерный гармонический осциллятор  $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$ . Для этой системы найти решение уравнения Гайзенберга для оператора импульса.

5.3 В начальный момент времени волновая функция системы равна  $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ .

Гамильтониан системы равен  $H = \begin{pmatrix} 0 & \hbar\omega \\ \hbar\omega & 0 \end{pmatrix}$ . Чему равна волновая функция системы в момент времени  $t$  ?